

CORRIGES

Diplôme national du brevet – Session 2019 (série générale, France métropolitaine)

Exercice 1

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (Figure 2).

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A ;
- $AD = 2$ m ;
- $\widehat{ADM} = 60^\circ$

1. Montrer que [AM] mesure environ 3,46 m.
2. La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.
3. Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
4. Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas ? Justifier.



Figure 1

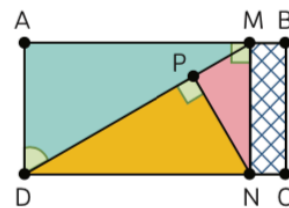


Figure 2

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1) On sait que ADM est rectangle en A

Donc $\tan(\widehat{ADM}) = \frac{AM}{AD}$ soit $\tan(60^\circ) = \frac{AM}{2}$ et à l'aide de la calculatrice :
 $AM = 2 \cdot \tan(60^\circ) \approx \underline{\underline{3,46 \text{ m}}}$.

2) La proportion de la plaque qui n'est pas utilisée est donnée par le rapport :

$$\frac{\text{aire}(MBCN)}{\text{aire}(ABCD)} \approx \frac{(4-3,46) \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{0,64}{4} \approx \underline{\underline{0,14 \text{ (soit environ 14\%)}}}$$

3) Les 3 triangles sont bien semblables car avec trois angles égaux :

un angle droit

un angle de 60° ($\widehat{ADM} = \widehat{PND} = \widehat{PMN}$)

un angle de 30° ($\widehat{AMD} = \widehat{PDN} = \widehat{PNM}$), ce qu'on obtient avec des angles complémentaires dans un triangle rectangle.

(NB : Deux angles égaux suffisent, car le 3^e est alors forcément le même pour les 3 triangles).

4) Le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD est :

$$\frac{DM}{DN} = \frac{1}{\cos(\widehat{NDM})} \cdot \frac{1}{\cos(30^\circ)} \approx 1,15 \text{ car } \cos(\widehat{NDM}) = \frac{DN}{DM}$$

ce qui est bien plus petit que 1,5.

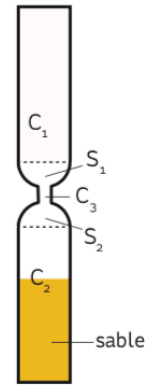
Exercice 2

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de :

- deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm ;
- un cylindre C_3 ;
- deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre 1,5 cm.

On rappelle le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h : $V = B \times h$



1. Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers.
 - a. Montrer que le volume du sable est environ $4,95 \text{ cm}^3$.
 - b. On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à $1,98 \text{ cm}^3/\text{min}$, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.
2. En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant. Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement dans ce sablier. Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nombre de tests	3	1	2	3	2	3

- a. Combien de tests ont été réalisés au total ?
- b. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé.
 - L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
 - La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
 - La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1) a. Le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers soit sur une hauteur de $\frac{2}{3} \times 4,2 = 2,8 \text{ cm}$
Le volume du sable est alors $\pi \times 0,75^2 \times 2,8$ soit environ $4,95 \text{ cm}^3$.

b. Le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur est alors $4,95 / 1,98 = 2,5 \text{ min}$ soit **2 min 30 s**.

2) a. **40 tests** ont été réalisés au total.

b. **Le sablier sera bien mis en vente** car il vérifie les trois conditions :

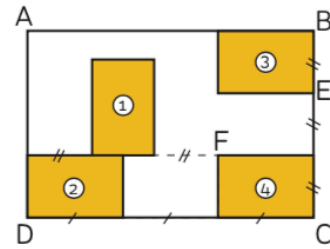
* L'étendue des temps est de 16s donc inférieure à 20 s

* La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s (entre la 20^e et la 21^e valeur)

* La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s
(elle est de 2min et 30,1 s quand on fait la moyenne des temps en secondes – il est inutile de prendre les 2 min car toutes les valeurs commencent ainsi)

Exercice 3

Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon. Ce tableau, représenté ci-dessous, est constitué de quatre rectangles identiques nommés 1, 2, 3 et 4 dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à $1,215 \text{ m}^2$. Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



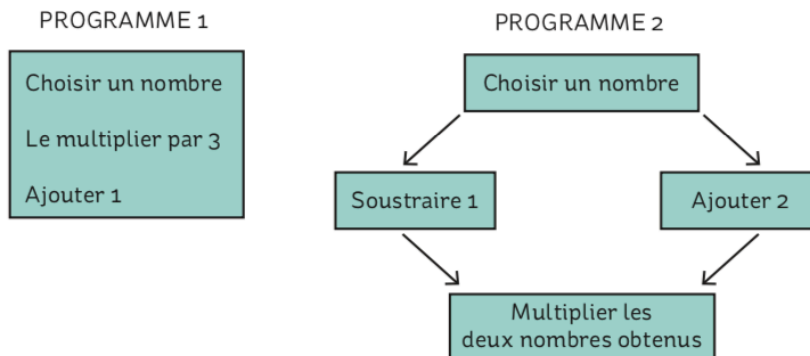
1. Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.
 - a. Le rectangle ... est l'image du rectangle ... par la translation qui transforme C en E.
 - b. Le rectangle 3 est l'image du rectangle ... par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.
 - c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ... par l'homothétie de centre ... et de rapport 3. (Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)
2. Quelle est l'aire d'un petit rectangle ?
3. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD ?

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1. on complète les phrases suivantes.
 - a. Le rectangle **3**... est l'image du rectangle **4**... par la translation qui transforme C en E.
 - b. Le rectangle 3 est l'image du rectangle **1**... par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.
 - c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ...**4** par l'homothétie de centre **C**... et de rapport 3.
(autre réponse possible : ... l'image du rectangle ...**2** par l'homothétie de centre **D**.)
2. L'aire d'un petit rectangle est : $1,215 / 3^2 = \underline{\underline{0,135 \text{ m}^2}}$ (le rapport de réduction étant 1/3).
3. **Si l est** la largeur du rectangle ABCD , alors on a :
 $l * \frac{3}{2} l = 1,215$ soit $l^2 = \frac{2}{3} * 1,215 = 0,81$ et donc $l = 0,9$
 La longueur et la largeur du rectangle ABCD sont donc $l = \underline{\underline{0,9 \text{ m}}}$ et $L = \frac{3}{2} * 0,9 = \underline{\underline{1,35 \text{ m}}}$

Exercice 4

Voici deux programmes de calcul.



1. Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ :

- le résultat du programme 1 vaut 16 ;
- le résultat du programme 2 vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre choisi au départ.

La fonction $B : x \rightarrow (x - 1)(x + 2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre choisi au départ.

2. a. Exprimer $A(x)$ en fonction de x .

b. Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

3. Développer et réduire l'expression : $B(x) = (x - 1)(x + 2)$.

4. a. Montrer que $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)$.

b. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat ? Expliquer la démarche.

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1. Si on choisit 5 comme nombre de départ,

* Le résultat du programme 1 vaut $3 \cdot 5 + 1 = 16$.

* Le résultat du programme 2 vaut $(5 - 1) \cdot (5 + 2) = 28$

2. a) $A(x) = 3x + 1$

b) Le nombre x que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1 est tel que $3x + 1 = 0$, donc $x = \underline{-1/3}$.

3) On a $B(x) = (x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - 1x - 2 = x^2 + x - 2$

4. a. On a $B(x)-A(x) = x^2 + x - 2 - (3x + 1) = x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3$

et $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$.

Donc on a bien $B(x)-A(x) = (x + 1)(x - 3)$

b) Les nombres x qu'on doit choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat sont tels que $B(x)-A(x) = (x + 1)(x - 3) = 0$

Alors $(x + 1) = 0$ ou $(x - 3) = 0$, ce qui donne **deux solutions : - 1 et 3.**

Diplôme national du brevet – Session 2019 (série générale, Antilles et Guyane)

Exercice 1

Damien a fabriqué trois dés à six faces, parfaitement équilibrés mais un peu particuliers :

- sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ;
- sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs ;
- sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.

Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ? Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?
2. Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu. Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.
 - a. Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?
 - b. Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?
3. Mohamed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.
 - a. Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier.
 - b. Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed ? Justifier.

Corrigé de l'exercice proposé par



1. Les nombres écrits sur le deuxième dé sont : 1, 3, 5, 7, 9 et 11.
Les nombres écrits sur le troisième dé sont : 2, 3, 5, 7, 11 et 13.
2. **a.** Le seul nombre dont le carré est égal à 25 est 5.
Elle a donc lu le nombre 5.

b. Seuls les nombres 6, 8, 10 et 12 ont des carrés supérieurs à 25.
La probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est $\frac{4}{6}$ soit $\frac{2}{3}$.
3. **a.** $525 = 5 \times 5 \times 3 \times 7$. C'est la seule décomposition possible (aux permutations de nombres près) de 525.
Lors des quatre lancers, Mohamed a donc obtenu les nombres 3, 5 deux fois et 7.

b. Ces trois nombres apparaissent à la fois sur le deuxième et le troisième dé. Il n'est donc pas possible de déterminer quel dé a été choisi.

Exercice 2

Le premier juillet 2018, la vitesse maximale autorisée sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, a été abaissée de 90 km/h à 80 km/h.

En 2016, 1 911 personnes ont été tuées sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, ce qui représente environ 55 % des décès sur l'ensemble des routes en France. (Source : www.securite-routiere.gouv.fr)

1. **a.** Montrer qu'en 2016, il y a eu environ 3 475 décès sur l'ensemble des routes en France.
b. Des experts ont estimé que la baisse de la vitesse à 80 km/h aurait permis de sauver 400 vies en 2016. De quel pourcentage le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait-il baissé ? Donner une valeur approchée à 0,1 % près.
2. En septembre 2018, des gendarmes ont effectué une série de contrôles sur une route dont la vitesse maximale autorisée est 80 km/h. Les résultats ont été entrés dans un tableur dans l'ordre croissant des vitesses. Malheureusement, les données de la colonne B ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Vitesse relevée (km/h)		72	77	79	82	86	90	91	97	TOTAL
2	Nombre d'automobilistes		2	10	6	1	7	4	3	6	

- a.** Calculer la moyenne des vitesses des automobilistes contrôlés qui ont dépassé la vitesse maximale autorisée. Donner une valeur approchée à 0,1 km/h près.
- b.** Sachant que l'étendue des vitesses relevées est égale à 27 km/h et que la médiane est égale à 82 km/h, quelles sont les données manquantes dans la colonne B ?
- c.** Quelle formule doit-on saisir dans la cellule K2 pour obtenir le nombre total d'automobilistes contrôlés ?

1. a. On appelle N le nombre de décès sur l'ensemble des routes en France.

Ainsi $0,55 \times N = 1\,911$.

Par conséquent $N = \frac{1\,911}{0,55} \approx 3\,475$.

En 2016, il y a eu environ 3 475 décès sur l'ensemble des routes en France.

b. $\frac{400}{3\,475} \approx 0,115$.

Le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait donc baissé d'environ 11,5%.

2. a. $\frac{82 \times 1 + 86 \times 7 + 90 \times 4 + 91 \times 3 + 97 \times 6}{1 + 7 + 4 + 3 + 6} = \frac{1\,899}{21} \approx 90,4$.

La vitesse moyenne de ces automobilistes est d'environ 90,4 km/h.

b. L'étendue est égale à 27 km/h.

La valeur contenue dans la cellule $B1$ est donc $97 - 27 = 70$.

La médiane est égale à 82 km/h, valeur présente qu'une seule fois dans cette série statistique.

Il y a donc autant de valeurs qui lui sont supérieures que de valeurs qui lui sont inférieures.

20 vitesses sont supérieures à 82 km/h.

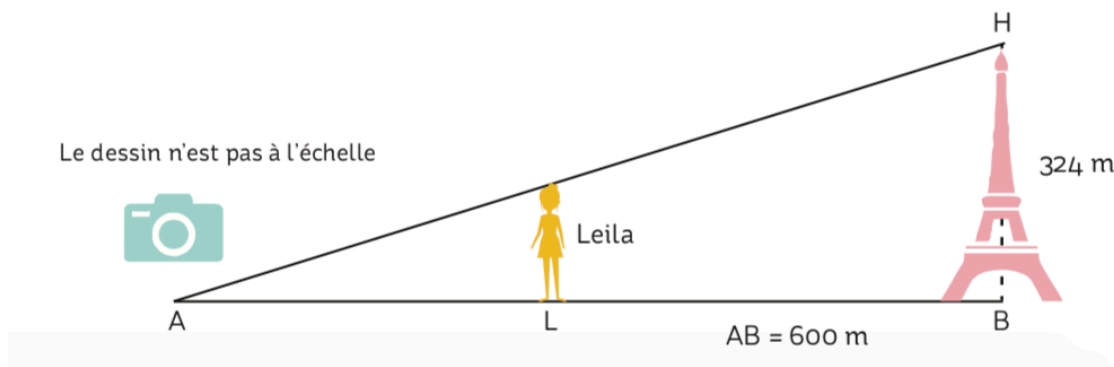
or $2 + 10 + 6 = 18$. Par conséquent, la valeur de la cellule $B2$ est égale à $20 - 18$ soit 2.

c. On peut saisir la formule = SOMME($B2 : J2$).

Exercice 3

Leila est en visite à Paris. Aujourd'hui, elle est au Champ de Mars où l'on peut voir la tour Eiffel dont la hauteur totale BH est 324 m. Elle pose son appareil photo au sol à une distance $AB = 600$ m du monument et le programme pour prendre une photo (voir le dessin ci-dessous).

1. Quelle est la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{HAB}$?
2. Sachant que Leila mesure 1,70 m, à quelle distance AL de son appareil doit-elle se placer pour paraître aussi grande que la tour Eiffel sur sa photo ? Donner une valeur approchée du résultat au centimètre près.



Corrigé de l'exercice proposé par

1. Dans le triangle ABH rectangle en B on a :

$$\tan \widehat{HAB} = \frac{BH}{AB} = \frac{324}{600} = 0,54$$

Par conséquent $\widehat{HAB} \approx 28^\circ$.

2. On appelle ' I ' le point de la figure correspondant au sommet de la tête de Leila.

On veut donc que l'angle $\widehat{TAL}$ soit égal à $\widehat{HAB}$.

Dans le triangle ALT rectangle en L on a :

$$\tan \widehat{TAL} = \frac{TL}{AL} = \frac{1,70}{AL}.$$

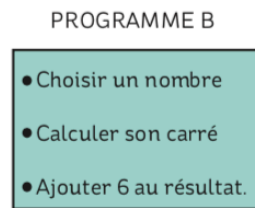
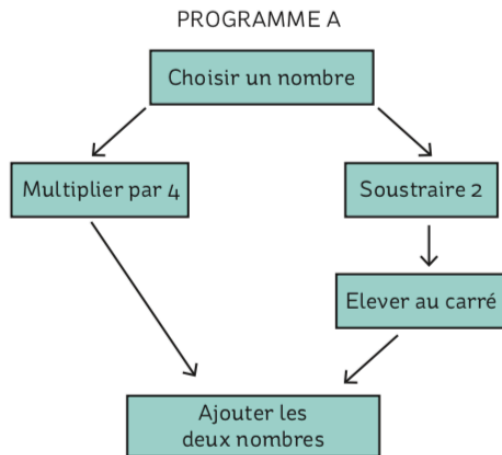
On veut donc que $\frac{1,70}{AL} = 0,54$ soit $AL = \frac{1,70}{0,54}$.

Or $\frac{1,70}{0,54} \approx 3,148$.

Leila doit donc se situer à moins de 3,15 m de l'objectif.

Exercice 4

Voici deux programmes de calcul.



- Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.
 - Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?
 - Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$.
- Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ?
- Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :
 - « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{59}{9}$. »
 - « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »
 - « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »
 - « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Corrigé de l'exercice proposé par



- Avec le programme A, en choisissant le nombre 5, on obtient : $4 \times 5 + (5 - 2)^2 = 20 + 3^2 = 29$.
 - Avec le programme A, en choisissant le nombre 5, on obtient : $5^2 + 6 = 25 + 6 = 31$.
- Avec le programme A, on obtient :
$$\begin{aligned} 4x + (x - 2)^2 &= 4x + (x - 2) \times (x - 2) \\ &= 4x + x^2 - 2x - 2x + 4 \\ &= x^2 + 4 \end{aligned}$$

Remarque : Si tu connais les identités remarquables, tu peux écrire directement que $(x - 2)^2 = x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2 = x^2 - 4x + 4$.

3. Avec le programme B, on obtient : $x^2 + 6$.

4. **a.** Si on choisit le nombre $\frac{2}{3}$ dans le programme B on obtient alors :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}.$$

L'affirmation A est vraie.

b. Si on choisit le nombre 0 dans le programme B on obtient alors :

$$0^2 + 6 = 6 \text{ qui est pair.}$$

L'affirmation B est donc fausse.

Remarque : On peut choisir, en fait, n'importe quel nombre pair.

c. 6 et x^2 sont des nombres positifs. Leur somme est donc également positive.

L'affirmation C est vraie.

d. On a $x^2 + 6 = x^2 + 4 + 2$.

Ainsi le résultat du programme B est égal au résultat du programme A augmenté de 2.

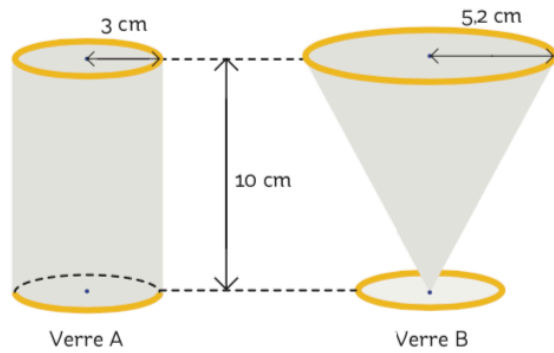
Un nombre pair augmenté de 2 est pair et un nombre impair augmenté de 2 est également impair.

Les nombres obtenus avec les programme A et B ont donc la même parité.

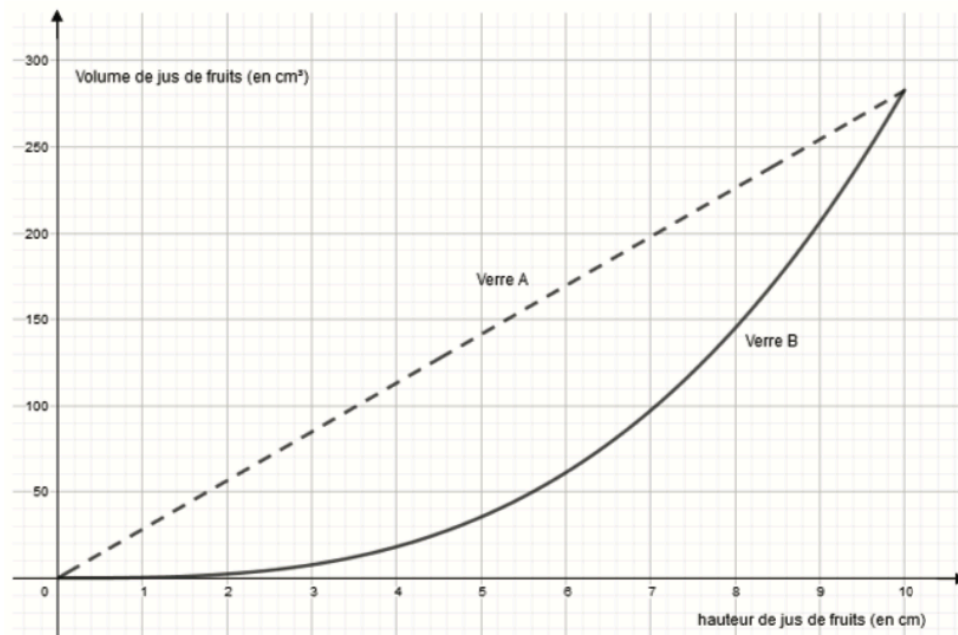
L'affirmation D est vraie.

Exercice 5

Pour servir ses jus de fruits, un restaurateur a le choix entre deux types de verres : un verre cylindrique A de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm et un verre conique B de hauteur 10 cm et de rayon 5,2 cm.



Le graphique représente le volume de jus de fruits dans chacun des verres en fonction de la hauteur de jus de fruits qu'ils contiennent.



- Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique:
 - Pour quel verre le volume et la hauteur de jus de fruits sont-ils proportionnels ? Justifier.
 - Pour le verre A, quel est le volume de jus de fruits si la hauteur est de 5 cm ?
 - Quelle est la hauteur de jus de fruits si on en verse 50 cm³ dans le verre B ?
- Montrer, par le calcul, que les deux verres ont le même volume total à 1 cm³ près.
- Calculer la hauteur du jus de fruits servi dans le verre A pour que le volume de jus soit égal à 200 cm³. Donner une valeur approchée au centimètre près.
- Un restaurateur sert ses verres de telle sorte que la hauteur du jus de fruits dans le verre soit égale à 8 cm.
 - Par lecture graphique, déterminer quel type de verre le restaurateur doit choisir pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.
 - Par le calcul, déterminer le nombre maximum de verres A qu'il pourra servir avec 1 L de jus de fruits.

Corrigé de l'exercice proposé par



1. **a.** La représentation graphique associée au verre A est une droite passant par l'origine du repère. Il y a donc proportionnalité entre le volume et la hauteur de jus de fruits avec le verre A.
b. Si la hauteur est de 5 cm alors le volume est de 140 cm^3 .
c. Si on verse 50 cm^3 dans le verre B alors la hauteur de jus de fruit est de 5,6 cm.

2. Volume du verre A :

$$\begin{aligned} V_A &= \pi \times 3^2 \times 10 \\ &= 90\pi \\ &\approx 283 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Volume du verre B :

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{3} \times \pi \times 5,2^2 \times 10 \\ &= \frac{1\,352\pi}{3} \\ &\approx 283 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Les deux verres ont donc le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Le volume de jus de fruit contenu dans le verre A correspond à celui d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur h .
Le volume est donc égal à $V = \pi \times 3^2 \times h = 9\pi \times h$.
Par conséquent $9\pi \times h = 200$ soit $h = \frac{200}{9\pi} \approx 7$.
Il y a donc environ 7 cm de jus de fruits dans le verre A.

Remarque : On vérifie que c'est cohérent avec ce qu'on peut lire sur le graphique.

4. **a.** Graphiquement, avec le verre A, il obtient un volume supérieur à celui obtenu avec le verre B.
Il doit donc choisir le verre B pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.

b. Volume de jus de fruits dans le verre A : $\pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi \text{ cm}^3$.

Or $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$.

Et $\frac{1\,000}{72\pi} \approx 4,42$.

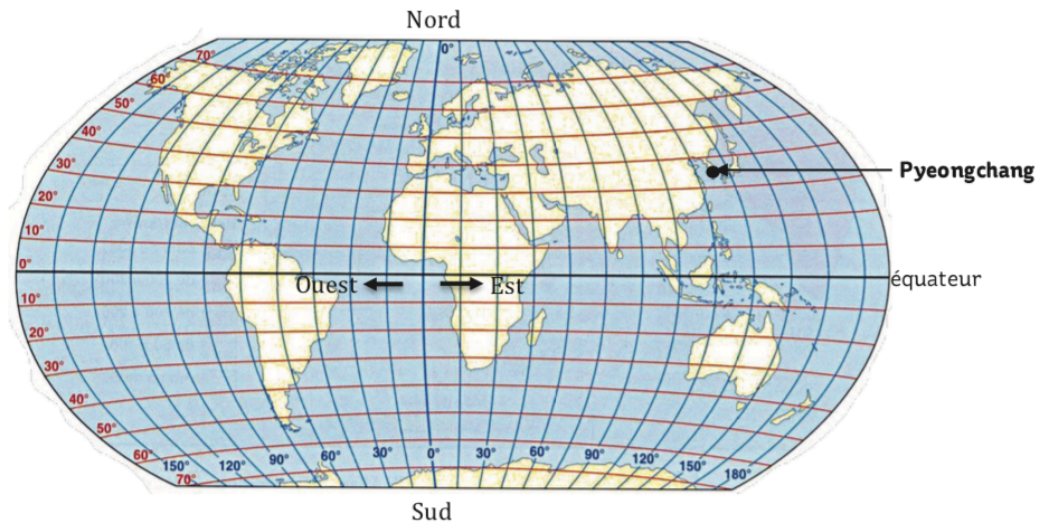
Il pourra donc servir au maximum 4 verres.

Diplôme national du brevet – Session 2018 (série générale, France métropolitaine)

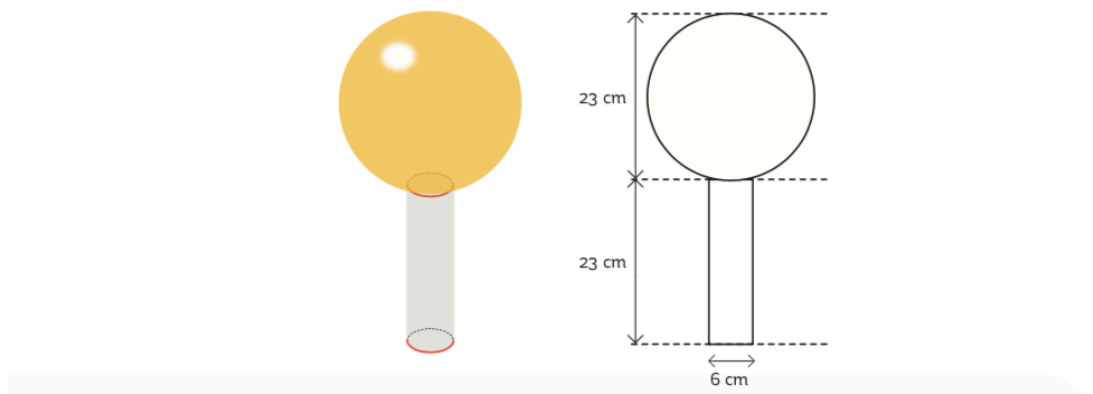
Exercice 1

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la Coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud. Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



2. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6 cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-dessous. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6 371 cm³.



3. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée. A-t-elle raison ?

Rappels :

- volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3} \pi \times R^3$
- volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h : $V = \pi \times r^2 \times h$

1. Avec la précision permise par la carte, on lit pour Pyeongchang :
Latitude : $130^{\circ}E$ et **longitude** : $35^{\circ}N$
2. On calcule le volume de la boule du trophée à partir des données de la figure et la formule donnée.

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{23}{2}\right)^3 \simeq 6371 \text{ cm}^3$$

3. Il faut d'abord connaître le volume total du trophée et pour cela calculer le volume du cylindre.

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 23 \simeq 650 \text{ cm}^3$$

Ce qui nous donne :

$$\mathcal{V}_{\text{total}} = 6371 + 650 = 7021 \text{ cm}^3$$

Enfin on détermine combien pourcentage représente le volume de la boule par rapport à ce volume total :

$$\frac{6371 \times 100}{7021} \simeq 90,74\%$$

Marie a raison.

Exercice 2

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : $72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Médiane : $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration minimale: $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration maximale: $107 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Source : <http://www.air-rhonealpes.fr>

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1. Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?
2. Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ? Interpréter ce dernier résultat.
3. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.

« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon. »

Corrigé de l'exercice proposé par 

1. Ici on calcule la concentration moyenne à Grenoble à partir du relevé fourni.

$$\frac{32 + 39 + 52 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89}{10} \simeq 63,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

C'est donc à Lyon qu'il y a eu la plus forte concentration moyenne en PM10.

2. L'étendue est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur d'une série.

Pour Lyon : $e = 107 - 22 = 85$.

Pour Grenoble : $e = 89 - 32 = 57$.

On peut dire que c'est à Lyon qu'il y a eu un plus grand écart de concentration moyenne en PM10.

3. On sait qu'au moins 50% des valeurs de la série sont supérieures à la médiane de cette série.

Donc cette affirmation est vraie car la médiane à Lyon est de $83,563,4 \mu\text{g}/\text{m}^3$, ce qui nous informe qu'au moins pendant 5 jours la concentration a été supérieure au seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Exercice 3

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche « Lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

1. Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?
2. La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$.
Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?
3. Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio. Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « Lecture aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

Corrigé de l'exercice proposé par 

1. Puisque les morceaux sont joués de manière aléatoire, on est dans une situation d'équiprobabilité.

La probabilité que Théo écoute du rap est de $\frac{125}{375} = \frac{1}{3}$.

2. $\frac{7}{15}$ est la proportion des morceaux de rock dans le lecteur de Théo. En multipliant cette proportion par le nombre de morceaux total on obtient le nombre de morceaux de rock.

$$\frac{7}{15} \times 375 = 175$$

Il y a 175 morceaux de rock dans le lecteur audio de Théo.

3. La probabilité qu'Alice écoute un morceau de rock est de $\frac{40}{100}$ et pour Théo cette probabilité est de $\frac{7}{15}$ d'après la question précédente. On compare alors ces deux probabilités

$$\frac{40}{100} < \frac{7}{15}$$

car $\frac{40}{100} = \frac{120}{300}$ et $\frac{7}{15} = \frac{140}{300}$.

Théo a donc le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

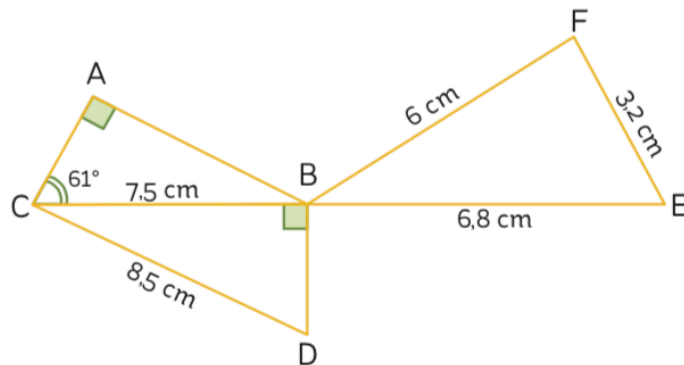
Exercice 4

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C, B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?
4. Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1. BCD est un triangle rectangle en B et on sait que $BC = 7,5$ cm et $CD = 8,5$ cm. D'après le théorème de Pythagore

$$CD^2 = BC^2 + BD^2$$

$$8,5^2 = 7,5^2 + BD^2$$

$$BD^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 16$$

$$BD = \sqrt{16} = 4$$

Donc $BD = 4$ cm

2. Pour montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables, on démontre que les rapports des longueurs deux à deux sont égaux et en effet,

$$\frac{3,2}{4} = \frac{6}{7,5} = \frac{6,8}{8} = 0,8$$

Les deux triangles sont semblables.

3. Si les triangles CBD et BFE sont semblables alors leurs angles sont deux à deux égaux, ainsi $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90^\circ$. Sophie a raison.

(On peut aussi vérifier par la réciproque du théorème de Pythagore : $6,8^2 = 6^2 + 3,2^2$ donc le triangle est rectangle).

4. Dans le triangle BCD :

$$\cos(\widehat{BCD}) = \frac{BC}{CD} = \frac{7,5}{8,5}$$

donc $\widehat{BCD} = \cos^{-1}\left(\frac{7,5}{8,5}\right) \simeq 28,07^\circ$. Ainsi $\widehat{ACD} = 61 + 28,07 \neq 90^\circ$

Exercice 5

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre - 1, ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?
Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.
3. L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre donné.
On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$.
Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .
4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
 - **Affirmation 1** : ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
 - **Affirmation 2** : si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

1. On applique le programme de calcul à -1 :

$$(-1) \times = -4$$

$$-4 + 8 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

Ce programme donne 8 comme résultat final.

2. On remonte le programme de calcul avec 30 comme résultat final.

$$30 \div 2 = 15$$

$$15 - 8 = 7$$

$$7 \div 4 = 1,75$$

Le nombre choisi au départ pour obtenir 30 est 1,75

3. On développe chacune des expressions données

$$A = 2(4x + 8) = 2 \times 4x + 2 \times 8 = 8x + 16$$

$$B = (4 + x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 16 + 8x$$

Les deux expressions sont égales pour toutes les valeurs de x car elles ont la même forme développée.

4. L'affirmation 1 est fausse, on peut donner un contre exemple si on choisit -3 comme nombre de départ on obtient -8 comme résultat final.

L'affirmation 2 est vraie, on peut factoriser l'expression A

$$A = 8x + 16 = 8 \times x + 8 \times 2 = 8 \times (x + 2)$$

Si x est un nombre entier, alors $x + 2$ également et à s'écrit comme le produit de 8 par un nombre entier. Le résultat est donc un multiple de 8.

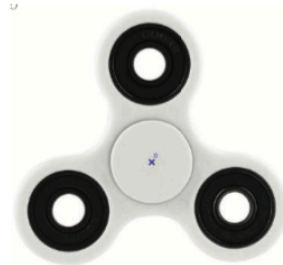
Exercice 6

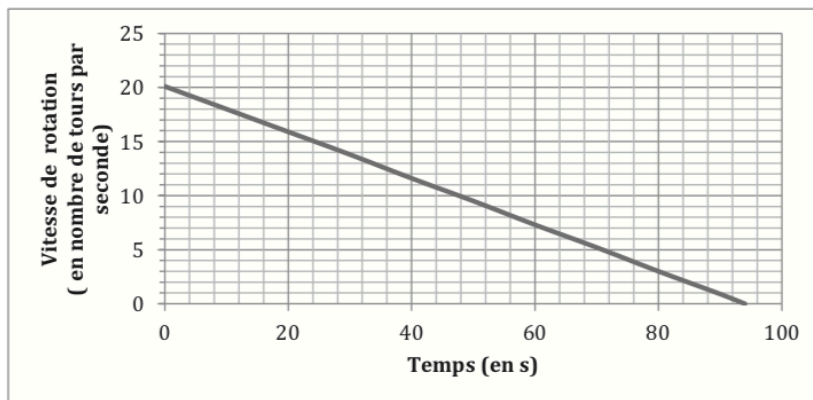
Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.

On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du hand-spinner. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en secondes :





Inspiré de : https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner_112808

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels ? Justifier.
2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes :
 - a. Quelle est la vitesse de rotation initiale du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) ?
 - b. Quelle est la vitesse de rotation du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) au bout d'1 minute et 20 secondes ?
 - c. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ?
3. Pour calculer la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps t , notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0,214 \times t + V_{\text{initiale}}$$

- t est le temps (exprimé en secondes) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du hand-spinner ;
 - V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le hand-spinner au départ.
- a. On lance le hand-spinner à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule : $V(t) = -0,214 \times t + 20$. Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 secondes.
 - b. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.
 - c. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand spinner ne sont pas proportionnels car la représentation graphique de la vitesse en fonction du temps n'est pas une droite qui passe par l'origine du repère.
2. (a) Le point de coordonnées (0; 20) est sur la droite donc la vitesse de rotation initiale du hand spinner est de 20 tours par seconde.

- (b) On cherche l'ordonnée du point d'abscisse 80 sur la droite. Graphiquement on trouve qu'au bout d'1 min et 20 secondes, la vitesse de rotation du hand spinner est de 3 tours par seconde.
- (c) On regarde le point de la droite qui coupe l'axe des abscisses, la vitesse sera alors nulle.
Au bout de 93 secondes environ, la vitesse du hand spinner est de zéro, il s'arrête.
3. (a) On calcule $V(30)$:

$$V(30) = -0,214 \times 30 + 20 =$$

Au bout de 30 secondes, la vitesse de rotation est d'environ 13 tours seconde.

- (b) Si le hand spinner s'arrête alors la vitesse est nulle, on doit résoudre l'équation $V(t) = 0$

$$-0,214t + 20 = 0$$

$$-0,214t = -20$$

$$t = \frac{-20}{-0,214} = 93$$

Donc au bout de 93 sec, le hand spinner s'arrête.

- (c) On peut tester en doublant la vitesse initiale à 40 tours seconde et résoudre une équation similaire pour voir si temps avant arrêt a doublé.

$$-0,214t + 40 = 0$$

$$t = \frac{-40}{-0,214} = 186 = 93 \times 2$$

Donc on peut dire que de manière générale si la vitesse initiale double alors le temps avant l'arrêt double également.

Diplôme national du brevet – Session 2017 (série générale)

Exercice 1

Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur. On replace ensuite la boule dans l'urne et on mélange les boules.

La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$.

1. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$.
2. Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois. Au 7^e tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?
3. Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne sachant qu'il y a 8 boules vertes.

1) La probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $1 - 2/5 = 5/5 - 2/5 = 3/5$ car c'est l'évènement contraire d'obtenir une boule verte.

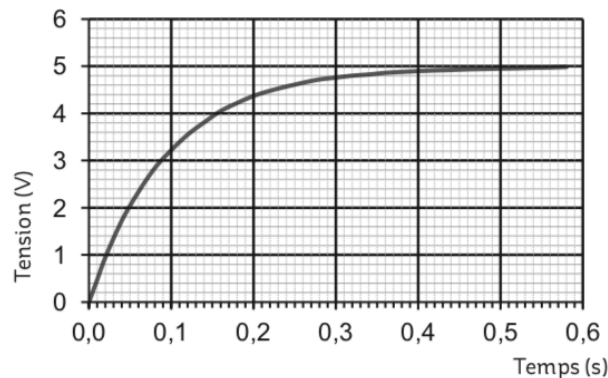
2) Même si c'est rare d'obtenir 7 boules vertes, au 7^e tirage, il aura encore plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte, mais avec probabilité toujours égale à $3/5$.

3) Comme $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ cela signifie qu'il y a en tout 20 boules ; et donc $20 - 8 = \mathbf{12 \text{ boules bleues}}$.

Exercice 2

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.
2. Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?
3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

1) Il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité car les points ne sont pas alignés avec l'origine.

2) La tension mesurée au bout de 0,2 s est 4,4 V.

3) Au bout de 0,09 s, la tension aux bornes du condensateur aura atteint 60% de la tension maximale qui est estimée à 5 V ; car 60% de 5V c'est $0,6 \times 5 = 3$ V.

Exercice 3

Les panneaux photovoltaïques permettent de produire de l'électricité à partir du rayonnement solaire.

Une unité courante pour mesurer l'énergie électrique est le kilowattheure, abrégé en kWh.

1. Le plus souvent, l'électricité produite n'est pas utilisée directement, mais vendue pour être distribuée dans le réseau électrique collectif. Le prix d'achat du kWh, donné en centimes d'euros, dépend du type d'installation et de sa puissance totale, ainsi que de la date d'installation des panneaux photovoltaïques. Ce prix d'achat du kWh est donné dans le tableau ci-dessous.

Tarifs d'un kWh en centimes d'euros

Type d'installation	Puissance totale	Date d'installation			
		Du 01/01/15 au 31/03/15	du 01/04/15 au 30/06/15	du 01/07/15 au 30/09/15	du 01/10/15 au 31/12/15
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

Source : <http://www.developpementdurable.gouv.fr>

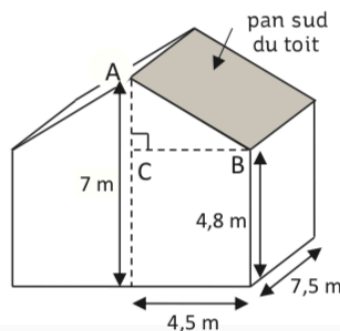
En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW.

Vérifier que le prix d'achat de 31 420 kWh est d'environ 4 383 €.

2. Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud. Cette partie est grisée sur la figure ci-contre. Elle est appelée pan sud du toit.

La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit.

Déterminer, au degré près, l'angle $\widehat{ABC}$ que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



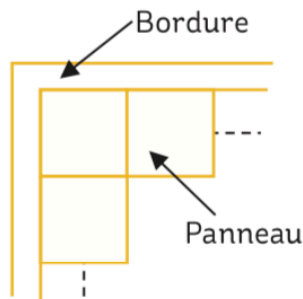
3. a. Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.

b. Les panneaux photovoltaïques ont la forme d'un carré de 1 m de côté. Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux.

Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ? On donnera une valeur approchée du résultat à 1 % près.

c. La notice d'installation indique que les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et qu'une bordure d'au moins 30 cm de large doit être laissée libre pour le système de fixation tout autour de l'ensemble des panneaux.

Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ?



Corrigé de l'exercice proposé par



1) Pour une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW, installée en mai 2015, le prix d'achat du kWh est 13,95 centimes donc le prix d'achat de 31 420 kWh est :
 $31\,420 \times 0,1395$ soit environ **4 383 €**.

2) On sait que ABC est rectangle en C

Donc $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$ soit $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{7-4,8}{4,5} = \frac{2,2}{4,5}$ et à l'aide de la calculatrice :

$$\widehat{ABC} = \tan^{-1}\left(\frac{2,2}{4,5}\right) \approx \underline{\underline{26^\circ}}.$$

3) a) ABC est rectangle en C

Donc d'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2,2^2 + 4,5^2 = 25,09$

et $AB = \sqrt{25,09} \approx \underline{\underline{5\text{ m}}}$

b) Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux de 1 m² soit une surface de 20 m².

La surface totale du pan sud est d'environ $5 \times 7,5 = 37,5$ m².

Le pourcentage de la surface totale du pan sud du toit qui sera alors couvert par les panneaux solaires est : $20 / 37,5 \times 100 \approx \underline{\underline{53\%}}$ à 1% près.

c) La surface occupée par la bordure est : $(0,3 \times 4,4) \times 2 + (0,3 \times 7,5) \times 2 = 2,64 + 4,5 = 7,14$ m².

Il reste alors plus de 30 m² de disponible : **Le propriétaire peut donc installer les 20 panneaux prévus.**

Exercice 4

1. Lors des jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 secondes.

A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

2. On donne l'expression $E = (3x + 8)^2 - 64$.

- Développer E .
- Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x + 16)$.
- Résoudre l'équation $(3x + 8)^2 - 64 = 0$.

3. La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.

On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :

$d = k \times V^2$ avec d : distance de freinage en mètres, V : vitesse du véhicule en m/s, k : coefficient dépendant de l'état de la route ($k = 0,14$ sur route mouillée ; $k = 0,08$ sur route sèche).

Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

Corrigé de l'exercice proposé par 

1) Pernille Blume a nagé à une vitesse de $50 / 24,07 \approx 2,08$ m / s soit en multipliant par 3,6 environ 7,5 km / h. Elle a donc nagé plus vite.

2) a) $E = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 8 + 8^2 - 64 = 9x^2 + 48x$

b) $E = 9x^2 + 48x = 3x \cdot 3x + 3x \cdot 16 = 3x(3x + 16)$

c) L'équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$ équivaut à $3x(3x + 16) = 0$ soit $3x = 0$ ou $(3x + 16) = 0$
 $x = 0$ ou $3x = -16$
 $x = 0$ ou $x = -16 / 3$

Donc deux solutions : 0 et $-16 / 3$.

3) On remplace dans la formule $d = k \times V^2$ avec $d = 15$ et $k = 0,14$ sur route mouillée d'où

$15 = 0,14 \times V^2$ et $V^2 = 15 / 0,14$. Ainsi $V = \sqrt{15 / 0,14} \approx \underline{\underline{10,35 \text{ m/s}}}$.

Exercice 5

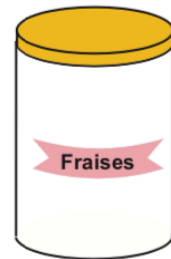
Léo a ramassé des fraises pour faire de la confiture.

1. Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises.

Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?

2. Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture.

Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur. Combien pourra-t-il remplir de pots ?



Rappels : 1 litre = 1 000 cm³ ; volume d'un cylindre = $\pi \times R^2 \times h$

3. Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.
 - a. Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.
 - b. Dessiner l'étiquette à l'échelle $\frac{1}{3}$.

Corrigé de l'exercice proposé par **Studyrama**

1) La quantité de sucre dont Léo a besoin est $0,7 \times 1,8 = 1,26$ kg.

2) Chaque pot a pour volume $\pi \times 3^2 \times 12 = 108 \pi$ cm³

Mais pour volume de confiture $\pi \times 3^2 \times 11 = 99 \pi$ cm³

Léo a obtenu 2,7 litres = 2 700 cm³ de confiture. Or $2\,700 / 99 \pi \approx 8,68$ donc **il pourra remplir 8 pots.**

3) a) La longueur de l'étiquette est $2\pi \times 3$ soit environ 18,8 cm.

b) L'étiquette dessinée à l'échelle est un rectangle de dimensions 6,3 cm ($18,8 / 3$) par 4 cm ($12 / 3$).